

# Chapter5

Differences-in-Differences  
p178~191

# はじめに

- 因果効果を測る手法として様々なものを学んできた  
→ランダム化比較試験、回帰分析、操作変数法・・・
- 本章では、更にもう一つ的手法として、differences-in-differences(DD) method (差分の差分析) を紹介する

# 概要

- 導入
- A Mississippi Experimentについて
  - 恐慌が起きる仕組み
  - 恐慌時における連邦準備銀行の介入の因果効果に関する差分の差分分析（第6地区と第8地区の比較）

# 導入

- これまで、操作変数法などを学んできたが、例えば、操作変数法では、適切な操作変数を見つけ出す必要があるが、なかなか見つからないこともある

→そこで、因果効果を推定する新たな方法としてDD法（差分の差分分析）を紹介する

→差分の差分分析とは、どのような考えに基づくものか？

# 差分の差分分析の基本的な考え

- これまでにも学んだように、ランダムな割り当てがなされていない状況では、介入群と対照群は、様々な要因によって、異なる結果を示す
- しかし、介入をしていない段階において、両群の示す結果が平行に推移することがある
  - この場合、介入後の介入群における結果の推移と、対照群のそれを比較すれば、介入による因果効果を推定できるはず
  - これを、実際のデータ例を用いて見ていく

# 本章で前提となる知識

- 本章では、大恐慌時の連邦準備銀行の介入について、差分の差分分析を用いて見ていく
  - 分析するにあたっては、何を求めたい因果効果とするのかを、まず考える必要がある
  - そのためには、そもそも大恐慌はどのようにして起きたのか、アメリカにおける銀行制度はどのような状態になっているのか等を理解する必要がある
- 次スライド以降、これらを見ていく

# 大恐慌について

- 大恐慌は、当時アメリカ南部の銀行界において絶大な力を持っていたCaldwell and Companyという会社の破綻に端を発した、アメリカ全土における膨大な数の銀行の破綻が原因とされている

→何故、ある会社の破綻が、これほどまでに大きな事態へと繋がってしまったのか？

→これには、銀行というものの性質が深く関わっている

→では、その銀行の性質とはどのようなものか？

# 銀行について

- 平常時には、ある一日において、預金の引き出しをする預金者はわずかしかないので、銀行が手元に用意している現金は、全ての預金者に対して支払いを出来る金額よりも少なくなっている

→では、銀行に対する信頼が崩れるとどうなるか？

→預金者は、自分の預金が返ってこなくなることを恐れて、いち早く預金を引き出しに行こうとする

→この混乱が、他の預金者たちにもどんどん広まっていき、銀行は預金を返せなくなって破綻する



## 銀行について（続き）

→更に、ある銀行が破綻すれば、銀行に対する不信は、地域を超えて波及していく

→その結果、広範囲において、膨大な数の銀行が破綻することになる

→このように、銀行は“信頼”というものに大きく依存しており、その性質故に、先に述べたような負の連鎖が生じてしまう

# 恐慌は防げないのか？

- ここまで、恐慌が起きる仕組みについて解説してきた

→では、何らかの金融政策によって、これを防ぐことは出来ないのか？出来るのであれば、それはどのようにすれば出来るのか？

→Milton FriedmanとAnna Schwartzによれば、金融政策の効果を正しく理解することが、この課題を解決する鍵となる

→従って、以下、金融政策の効果について考える

# 適切な金融政策は何か？

- Friedman & Schwartzによると…

→恐慌時には、金融緩和政策を行うべきである

→これにより、銀行は、ますます増加する預金引き出し需要を満足させることが出来、破綻せずに済む

→これは正しいかもしれないが、問題点も考えられるため、まだ結論付けることは出来ない

→どういうことか？

# 金融緩和政策の問題点

- 金融緩和政策の問題点として、次の2点がある
  - ・ 一時的な援助では根本的な解決にならないようなダメな銀行対して援助を行うのは、無駄にお金を使うことにしかならないということ
  - ・ 援助が受けられると知っている、危機を避ける努力を怠るようになる、という「モラルハザード」と呼ばれる問題が生じる

→このような問題点も考えられる以上、金融緩和政策の効果について、何らかの方法で推定する必要がある

# 金融緩和政策の効果の推定

- 金融緩和政策の効果을測定するために、アメリカにおける、連邦準備システムの仕組みを分析してみると…

→12個の地区に分けられ、そのそれぞれが、地区ごとの独立した連邦準備銀行によって管理されている

→例えば、

The Atlanta Fed：第6地区を管理 & 金融緩和政策を好む

The St. Louis Fed：第8地区を管理 & 金融引き締め政策を好む

# 金融緩和政策の効果の推定（続き）

- では、これらの地区はどのように分けられているのか？
  - 第6、8地区の境界は、ミシシッピ州のちょうど真ん中を東西に走っている
  - このことと、先に述べた第6、8地区の政策の差異を考えると、ミシシッピ州内の2つの地区についての比較を行うことで、自然実験の状況を作り出すことが出来る
  - では、政策の効果を測る具体的な指標は？

# 具体的な指標の設定

- ここでは、Gary RichardsonとWilliam Troostによって行われた分析を紹介する
  - 彼らは、政策の効果を測る指標として、それぞれの地区における営業中の銀行数を設定
  - つまり、第6地区を介入群、第8地区を対照群とし、両地区における営業中の銀行数を比較する
  - では、実際にデータを見てみると…？

# 分析結果

- 恐慌の初期段階である、1931年7月1日において
  - 第8地区：132個の銀行が営業
  - 第6地区：121個の銀行が営業
  - この11の差は、金融緩和政策が逆効果であることを示すか？
  - この情報からだけでは結論は出せない
  - 何故か？



## 分析結果（続き）

→ここで得た11という差は、恐慌前（政策による介入前）における、両地区間の営業銀行数の差を考慮出来ていない

→恐慌前の、1930年7月1日のデータを見てみると…

→第8地区：165個の銀行が営業

第6地区：135個の銀行が営業

→この差も考慮するために用いるのが差分の差分析

# 差分の差分分析による分析結果

- では、これらのデータから実際に差分の差推定量を求めると…

$$\begin{aligned}\rightarrow \delta_{DD} &= (Y_{6,1931} - Y_{6,1930}) - (Y_{8,1931} - Y_{8,1930}) \\ &= (121 - 135) - (132 - 165) = -14 - (-33) = 19 \quad (5.1)\end{aligned}$$

ただし、 $\delta_{DD}$  : 差分の差推定量 (ここでの、求めたい因果効果)

$Y_{dt}$  : d地区におけるt年の営業銀行数

→また、この式は次のようにも書くことができる

## 差分の差分分析による分析結果（続き）

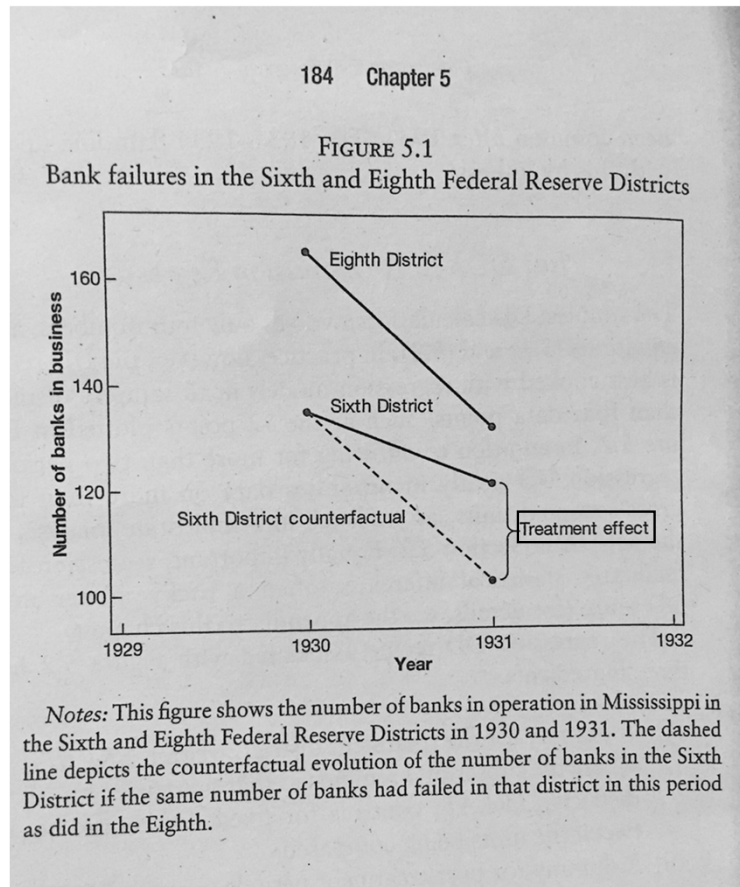
$$\begin{aligned}\rightarrow \delta_{DD} &= (Y_{6,1931} - Y_{8,1931}) - (Y_{6,1930} - Y_{8,1930}) \\ &= (121 - 132) - (135 - 165) = -11 - (-30) = 19 \quad (5.2)\end{aligned}$$

→この式は、介入後の両群の差から、介入前の両群の差を引いており、差分の差推定量が、介入前における両群の差も考慮出来ていることをより明確に示している

→以上より、金融緩和政策は、より多くの銀行を破綻から回避させることに成功したと言える

→これらのことを、グラフに表してみるとどうなるか？

# 差分の差分分析の視覚的理解



- 左に示した図5.1は、1930年と1931年における、第6、8地区の営業銀行数をそれぞれグラフ上に表し、それらを地区ごとに結んだもの
- また、図中の点線は、第8地区の線分を平行移動したもので、第6地区における営業銀行数が、第8地区におけるそれと同じ推移をした場合にどうなるかを示している

## 図5.1について

→以上を踏まえると、第6地区について、点線の下がり方が、実線のそれよりも急であることは、金融緩和政策が効果的であることを示している

→より具体的には…

→前スライドの図5.1において、赤い四角で囲まれた部分が、先に求めた、差分の差推定量の1.9に対応している

# common trendsの仮定

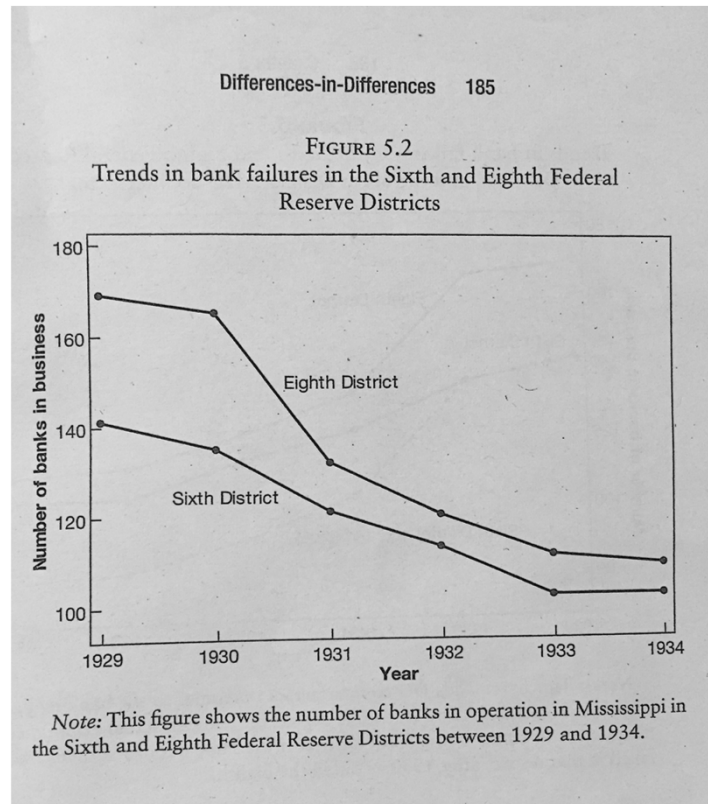
→これらの分析から分かるように、ここでは、政策の差が無ければ、どちらの地区においても、営業銀行数は同様の推移をすると仮定している（common trendsの仮定）

→従って、当然、この仮定の妥当性を検証する必要がある

→では、どのように検証するか？

→より多くのデータを用いることで検証することが出来る

## 図5.2について



- 左に示した図5.2は、両地区における営業銀行数に関して、より長期的なデータをグラフに表したものの

→このグラフを用いることで、  
common trendsの仮定の妥当性を示すことができる

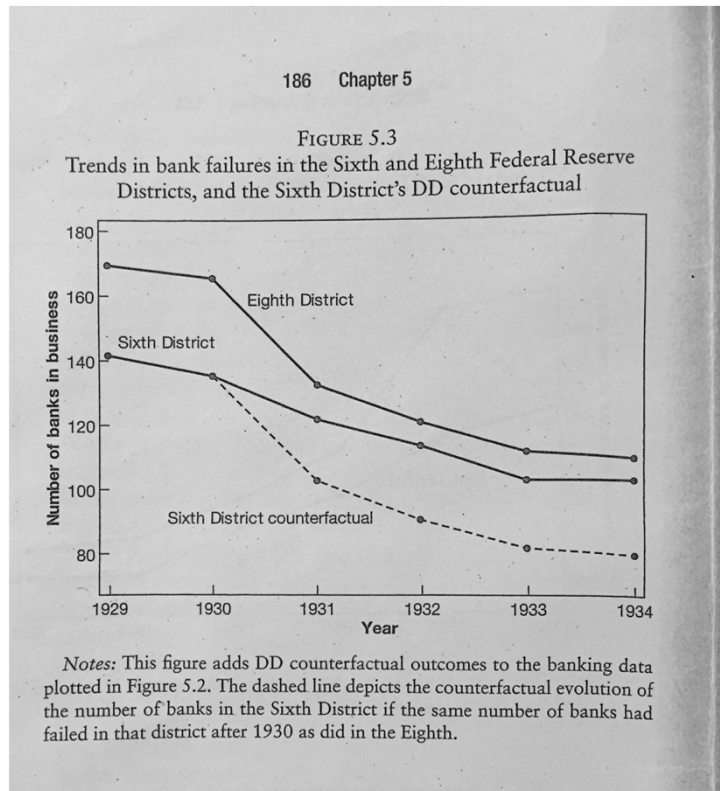
→どういうことか？

## 図5.2に関する分析

- 1929～1930年（恐慌前で、両地区とも似た政策を実施している）には、両地区における推移がほぼ平行  
→介入が無い期間においては、common trendsの仮定は妥当
- 介入がある期間についても検証するために、次に示す図5.3を用いて分析していく



# 図5.3について



- 左に示した図5.3は、1930年以降の第6地区の推移に、点線で表される推移を付け足したもの（ここで、この点線は、図5.1における点線と同様）

→ここから、何が分かるか？

## 図5.3に関する分析

- 第6地区の実線と点線の差は、1931～1934年（介入後）において、ほとんど変化していない

→従って、この間の両地区の政策に差が無いのであれば、介入がある期間においても、common trendsの仮定が妥当だと言える

→では、この間、両地区の政策はどのようなものであったか？

（第6地区では金融緩和政策が実施されているので、特に、第8地区における政策がどのようなものであったか）

## 図5.3に関する分析（続き）

→第8地区を管理するthe St. Louis Fedは、1931年7月から、金融緩和政策を実施し始めた

→つまり、1931年以降、両地区における政策は再び似たものになったと言える（両地区とも、金融緩和政策を実施）

→以上より、介入がある期間においても、common trendsが妥当であると言える

# 回帰式を用いた差分の差分分析

- 式(5.1)や(5.2)では、図5.1に表された4つのデータのみを用いて差分の差推定量を求めた
  - より多くのデータが示されている図5.2（や図5.3）を用いれば、より正確な因果効果として、差分の差推定量を求めることが出来るのでは？
  - この時に用いるのが、回帰式を用いた差分の差分分析
  - では、今回の例で定式化してみると？

# 定式化

$$\rightarrow Y_{dt} = \alpha + \beta TREAT_d + \gamma POST_t + \delta_{rDD}(TREAT_d \times POST_t) + e_{dt}$$

$$\text{ただし、 } TREAT_d = \begin{cases} 1 & \text{if } d = 6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, POST_t = \begin{cases} 1 & \text{if } t \geq 1931 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},$$

$\delta_{rDD}$  : 求めたい因果効果

→では、式(5.1)や(5.2)において因果効果とした $\delta_{DD}$ とこの $\delta_{rDD}$ のそれぞれの推定量は、どのような関係なのか？

## $\delta_{DD}$ と $\delta_{rDD}$ の関係

→図5.1において表されているような、4つのデータだけを用いると、 $\delta_{DD}$  と  $\delta_{rDD}$  の推定量は等しくなる

→何故か？

→参考程度に、簡単な説明を次スライドで紹介する（回帰式の各項における係数の推定量が、残差二乗和を最小にするように定められていることを考えれば理解できるはず）

$$\begin{cases} Y_{8,1930} = \alpha \\ Y_{8,1931} = \alpha + \gamma \\ Y_{6,1930} = \alpha + \beta \\ Y_{6,1931} = \alpha + \beta + \gamma + \delta_{rDD} \end{cases} \quad \text{を満たすような } \alpha, \beta, \gamma, \delta_{rDD} \text{ は唯 1 通り}$$

存在し、この $\alpha, \beta, \gamma, \delta_{rDD}$ を用いれば、4つ全ての点において残差が0になり、従って、残差二乗和も0、つまり最小となる  
つまり、この $\alpha, \beta, \gamma, \delta_{rDD}$ は、この場合における回帰係数の最小二乗推定量となる

従って、この $\delta_{rDD}$ と $\delta_{DD}$ が等しいことを言えば良いが、

$$\begin{aligned} \text{これは、 } \delta_{rDD} &= Y_{6,1931} - \alpha - \beta - \gamma \\ &= Y_{6,1931} - (\alpha + \beta) - (\alpha + \gamma) + \alpha \\ &= Y_{6,1931} - Y_{6,1930} - Y_{8,1931} + Y_{8,1930} = \delta_{DD} \end{aligned}$$

より示される

## $\delta_{DD}$ と $\delta_{rDD}$ の関係（続き）

- 図5.1で表されるようなデータについて分析する際の、両者の関係については示した

→では、図5.2のように、データがもっと多い場合には、どのような関係になるのか？

→より多いデータを回帰式を用いて分析した方が、4つのデータのみで行う最も単純な差分の差分分析に比べて、正確で信頼できる推定が可能



# データから計算される推定値

- ここまで、回帰式の性質等について説明してきた

→では、図5.2に表されるデータを用いて、実際に回帰係数を求めてみるとどうなるか？

$$\rightarrow \alpha = 167, \beta = -29(8.8), \gamma = -49(7.6), \delta_{rDD} = 20.5(10.7)$$

ただし、()内の数字は、標準誤差

→ここから言えることは？

# 分析結果

→以上の結果から、金融緩和政策によって、20.5個の銀行が破綻を免れたと言える

→これは、4つのデータから求めた19という結果とも整合的

→では、この結果は統計的に有意と言えるか？

→標準誤差が10.7であることを考えると、十分とは言えないが、今回のように標本サイズが小さい場合においては、この程度の結果が得られればこれ以上はないと言える

# 金融緩和政策は真に経済を良くしたか？

- ここまでの分析結果から、金融緩和政策は、多くの銀行の破綻を防いだと言えそう
  - しかし、この情報だけでは、金融緩和政策が経済に便益をもたらしたとは言い切れない
  - 銀行以外のビジネス等の活動も支えたということが示されて初めて、真に経済に便益をもたらしたと言える
  - よって、このことについても考察する

# 表5.1について

TABLE 5.1  
Wholesale firm failures and sales in 1929 and 1933

	1929	1933	Difference (1933-1929)
Panel A. Number of wholesale firms			
Sixth Federal Reserve District (Atlanta)	783	641	-142
Eighth Federal Reserve District (St. Louis)	930	607	-323
Difference (Sixth-Eighth)	-147	34	181
Panel B. Net wholesale sales (\$ million)			
Sixth District Federal Reserve (Atlanta)	141	60	-81
Eighth District Federal Reserve (St. Louis)	245	83	-162
Difference (Sixth-Eighth)	-104	-23	81

Notes: This table presents a DD analysis of Federal Reserve liquidity effects on the number of wholesale firms and the dollar value of their sales, paralleling the DD analysis of liquidity effects on bank activity in Figure 5.1.

- 左に示した表5.1は、卸売企業数とそれらの企業の売上高について、（単純なタイプの）差分の差分分析を行うのに必要なデータと、それらを用いて求められた差分の差推定量を、表にまとめたもの

→ここから何が言えるか？

## 表5.1に関する分析

→卸売企業数も、それら企業の売上高も、銀行数の推移と似た推移をしている

→具体的には、1929～1933年において、両地区とも減少はしているが、第8地区の方が減少の仕方がかなり急である

→このことから、第8地区においては、金融緩和政策をしなかったことで、経済全体に負の影響が広がっていき、卸売企業の活動も悪化させたと言えそう（逆に、第6地区は、金融緩和政策のおかげで、これを回避できた）

# 終わりに

- 今回紹介した分析によって、金融危機時の金融政策の効果についての教訓を得ることが出来た
- Friedman夫妻も述べているように、国の権力者たちがこの教訓をもっと早く理解していれば、恐慌による不況は防げたかもしれない
- また、今日の複雑な金融市場においては多くの理由で問題が発生し、その中には、今回のような単純な金融政策では解決できない問題も存在する
- 今もなお、金融の権威たちは、こうした難解な課題に取り組んでいる