Mastering ‘Metrics

前回発表の訂正と補足

前回の想定実験のおさらい

- 前回、想定実験を用いてLATEとTOTの外的妥当性を調べ、どちらが統計量として優秀なのかを考える議論を行った。

仮定：KIPPに入学することで、学力は10単位向上する
100人がくじに参加、半分がアタリ、半分がハズレ
アタリを引いてもKIPPに行かない人(never-taker)は10人
ハズレを引いてもKIPPに行く人(always-taker)は5人

さらに、always-takerの増分を変えて選択バイアスを仮定したりした。

前回の想定実験の訂正

先の仮定を用いて以下の表を結果として出したが、これは正しくない。

仮定:always-takerは20増加

入学の是非	成績の増分	
	一人あたり	総量
40人入学	＋10	+400
10人辞退	0	0
5人入学	＋20	+100
45人辞退	0	0

仮定:always-takerは5増加

入学の是非	成績の増分	
	一人あたり	総量
40人入学	＋10	+400
10人辞退	0	0
5人入学	＋5	+25
45人辞退	0	0

というのも、これではZ=1,D=1の人の中にもalways-takerが含まれていること、Z=0,D=0の人の中にnever-takerが含まれていることが考慮できていない。

前回の想定実験の訂正

よって、仮定を改め、LATEとTOTに対してより正当な評価を行えるようにする。

仮定：100人がくじに参加する。以下はその内訳。

always-taker(以下、AT)10人。入学したら20の学力向上。

complier(以下、C)80人。入学したら10の学力向上。

never-taker(以下、NT)10人。入学せず学力も向上しない。

この仮定のもと実験をすると、次のような表ができる。

新たな仮定の下での結果

くじの結果	参加者のタイプ	入学の是非	人数	学力の向上(総量)
あたり	AT	する	5	100
	C	する	40	400
	NT	しない	5	0
はずれ	AT	する	5	100
	C	しない	40	0
	NT	しない	5	0

このように、Z=1,D=1に含まれるAやZ=0,D=0に含まれるNを考慮できるようになった。

結果の考察

- まずはLATEとTOTそれぞれの値を求める。

LATE：10

$$\phi = \frac{45}{50} - \frac{5}{50} = 0.8, \quad \rho = 10 - 2 = 8, \quad \lambda = \frac{8}{0.8} = 10$$

TOT：12

$$\frac{100 + 400 + 100}{5 + 40 + 5} = 12$$

となり、LATEを用いるとCの平均因果効果である10を導き出せたが、TOTでは10から離れた値が導き出された。

これは、ATの学力向上を5とした時も同じことがいえる。

結果の考察

仮定：ATの学力向上は5

くじの結果	参加者のタイプ	入学の是非	人数	学力の向上(総量)
あたり	AT	する	5	25
	C	する	40	400
	NT	しない	5	0
はずれ	AT	する	5	25
	C	しない	40	0
	NT	しない	5	0

ここで、LATEは10、TOTは9と算出される。

LATEとTOTでは、LATEのほうが良い推定量であるように思える。

結果の考察(標本集団の内訳を変える)

以上の結果は、標本集団に占めるAT、C、NTの割合が変わっても成立する。

次は、100人の参加者のうち、AT：20人、C：60人、NT：20人である場合を考える。
また、これまでと同様、ATの増分は20、Cの増分は10とする。

結果の考察(標本集団の内訳を変える)

くじの結果	参加者のタイプ	入学の是非	人数	学力の向上(総量)
あたり	AT	する	10	200
	C	する	30	300
	NT	しない	10	0
はずれ	AT	する	10	200
	C	しない	30	0
	NT	しない	10	0

このとき、LATEは(10-4)/(0.8-0.2)=10、TOTは700/50=14となる。ATの割合が増えた分、TOTの値がより大きくなった。それに対して、LATEは平均因果効果を正確に求められている。

結果の考察(LATEの計算における仮定)

以上のような結果がでたのには、LATEの特性が関係している。

LATEは、アタリのグループとハズレのグループでATやNTの割合が同じであると仮定することによって計算する値である。

(これはランダム割り当てを行う上では十分妥当な仮定。)

これまでの例では、実際にATやNTの割合を両グループで一致させて検証していたので、LATEは正確に平均因果効果を測定できていた。

結果の考察(くじの結果の内訳を変える)

ここからは、先の仮定が成り立たなかったとき、つまり両グループでATやNTの割合が異なる時について考える。

仮定：100人がくじに参加する。内訳はAT:10、C:80、NT:10。

これまでは、アタリ…AT:C:NT=5:40:5 ハズレ…5:40:5

だったが、ここからアタリのATを減らし、その分を

NTやCの人数で調節する。

例）アタリ… AT:C:NT=4:40:6 ハズレ…6:40:4

結果の考察(くじの結果の内訳を変える)

アタリを引いたAを一人減らし、
その分Nを増やして調整した。
このようにすると、

LATE：$\phi = \frac{44}{50} - \frac{6}{50} = 0.76$

$\rho = 9.6 - 2.4 = 7.2$

$\lambda = \frac{7.2}{0.76} = 9.47 \ldots$

TOT： $\frac{80+400+120}{4+40+6} = 12$となる。

くじの結果	参加者のタイプ	人数	学力の向上(総量)
あたり	A	4	80
	C	40	400
	N	6	0
はずれ	A	6	120
	C	40	0
	N	4	0

LATEの値は変化したのに対し、TOTの値は変化していない。

結果の考察(くじの結果の内訳を変える)

TOTの値は、Aの人数を変える前と後で、
学力向上の総量(分子)も入学者数(分母)も変化しなかったため、
12のままだったと考えられる。
その証拠に、Aを増やした分をCで調整すると、TOTの値は変わってしまう。

TOT= $\frac{80+410+120}{4+41+6} = 11.96\ldots$

ちなみに、この時のLATEの値は9.48となる。(計算は割愛)

くじの結果	参加者のタイプ	人数	学力の向上(総量)
あたり	A	4	80
	C	41	410
	N	5	0
はずれ	A	6	120
	C	39	0
	N	5	0

結果の考察(くじの結果の内訳を変える)

同様に、アタリを引くAの数を減らしてその分をNの人数で調節することを繰り返すと、LATEとTOTの遷移は以下のようになる。

Aの人数	5	4	3	2	1	0
LATE	10	9.47	8.89	8.24	7.5	6.67
TOT	12	12	12	12	12	12

また、Cの人数で調節すると以下のようになる。

Aの人数	5	4	3	2	1	0
LATE	10	9.48	8.94	8.39	7.78	7.14
TOT	12	11.96	11.92	11.88	11.85	11.81

結果の考察(おわりに)

以上の様子から、LATEとTOTについて、
標本に選択バイアスがある場合、
LATE…
　うまくいけば選択バイアスを取り除いた値を導くことが
　できるが、くじの結果による推定値の変動が大きい
TOT…
　選択バイアスを含んだ値を導くため、その排除が必要だが、
　くじの結果による推定値の変動は小さい
ということが言え、どちらの推定値も一長一短であるとわかる。